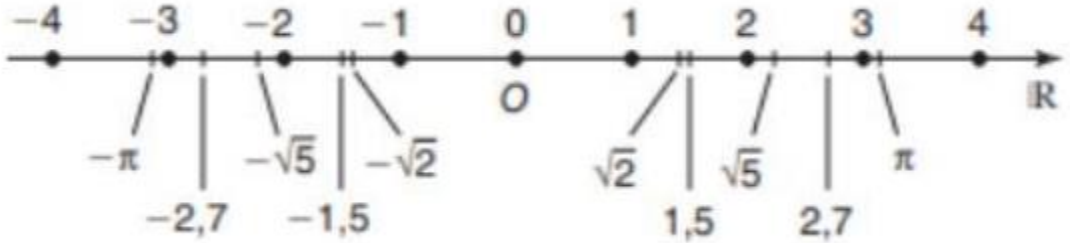
Funções

Núcleo de Matemática
Profº Caio Gamino
Profª Cassiana Milet
Profª Letícia Alves

Funções

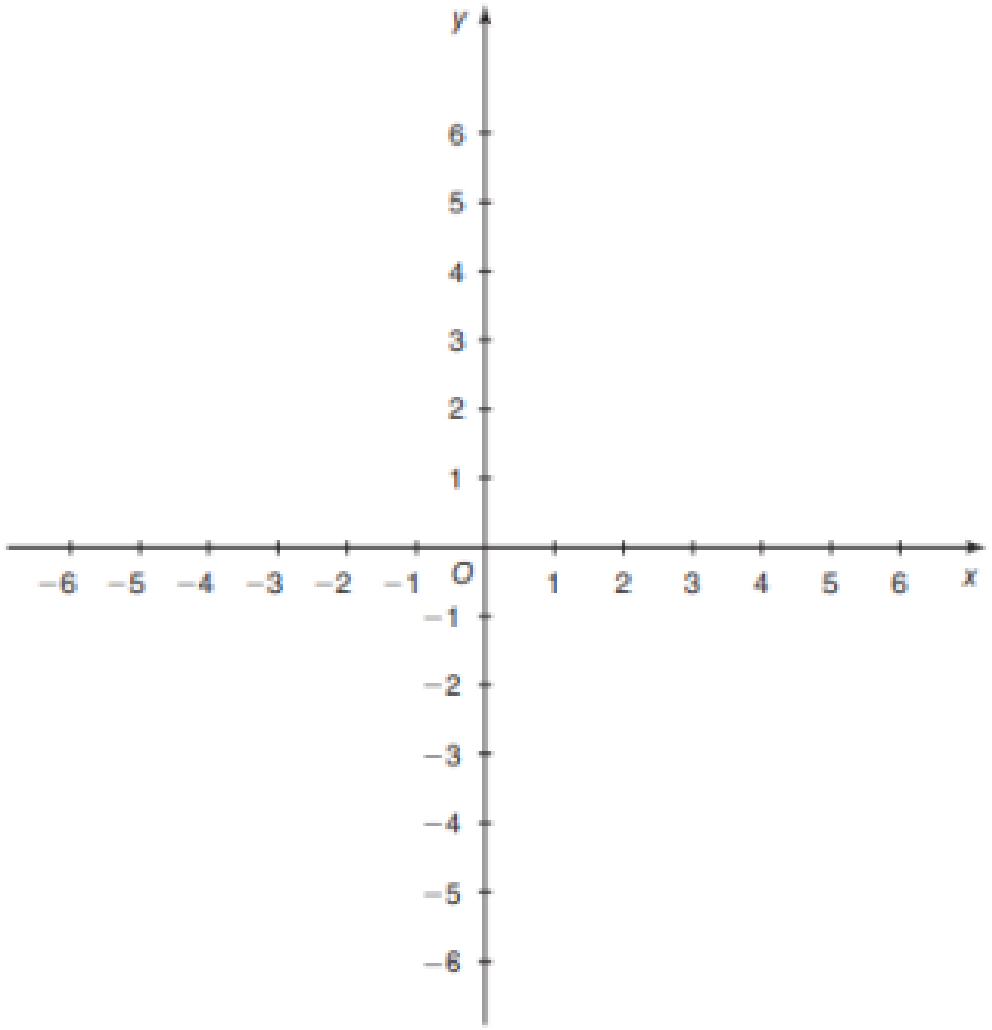
Sistema de coordenadas cartesiano

Na aula passada, estudamos a **reta dos reais:**



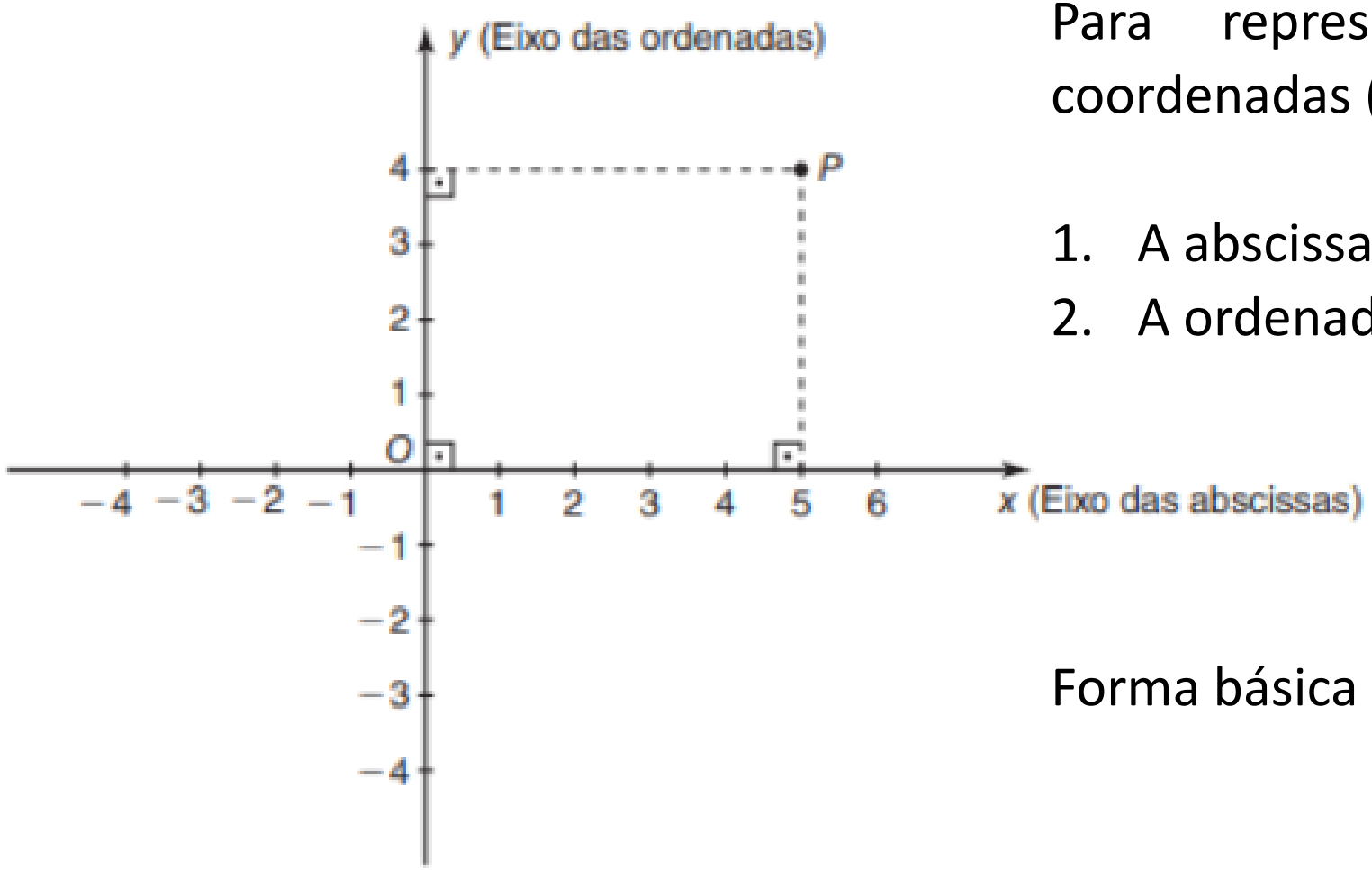
O plano cartesiano é formado por dois eixos de reais ortogonais entre si:

- Eixo x: eixo das abcissas
- Eixo y: eixo das ordenadas



Funções

Como representar um ponto



Para representar um ponto P de coordenadas (5, 4):

1. A abscissa é 5: **x = 5**
2. A ordenada é 4: **y = 4**

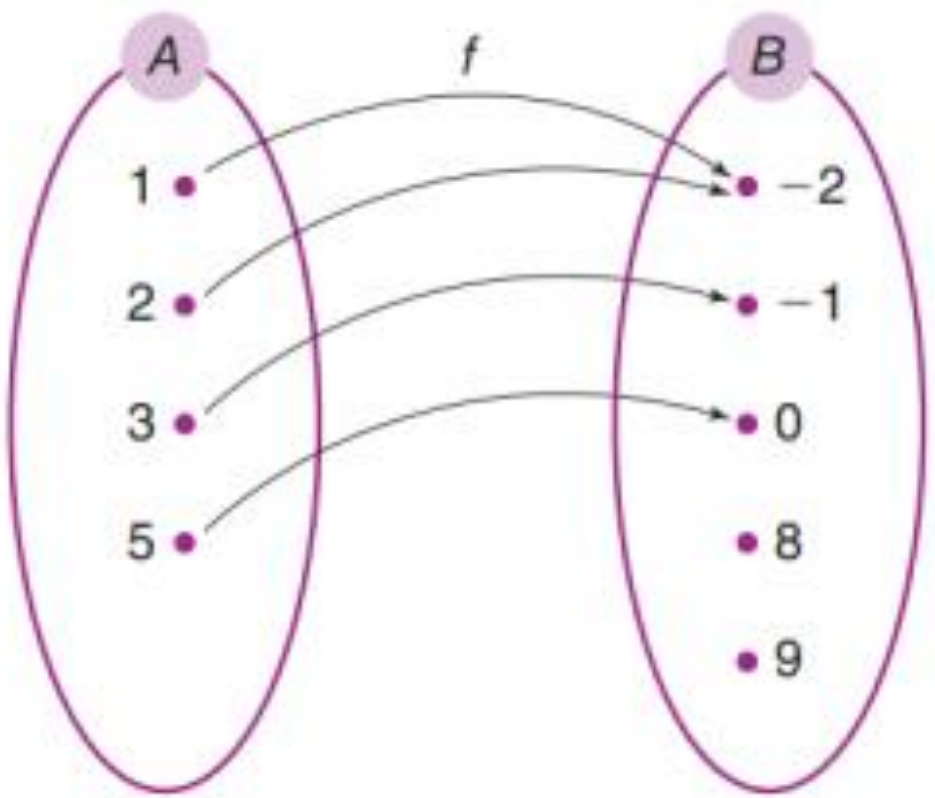
Forma básica de todos os pontos: (x, y)

Funções

Introdução

Funções criam uma **associação** entre valores de x com valores de y, se e somente se, a cada valor de x corresponder um único valor de y.

Se chamarmos o conjunto de valores de x de A e o conjunto de valores de y de B: função **f de A em B** é representada pela notação **f : A→B**



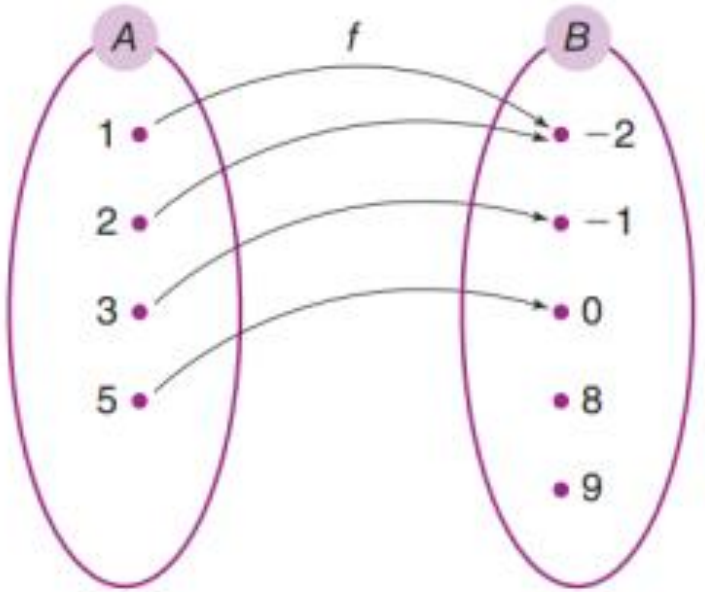
Funções

Domínio, Contradomínio, Imagem

Domínio: conjunto de partida **D(f) = A**

Contradomínio: conjunto de destino **CD(f) = B**

Imagem: conjunto dos elementos de B que estão relacionados com elementos de A **Im(f) = {y ∈ B | (x, y) ∈ f}**



Para o exemplo acima:

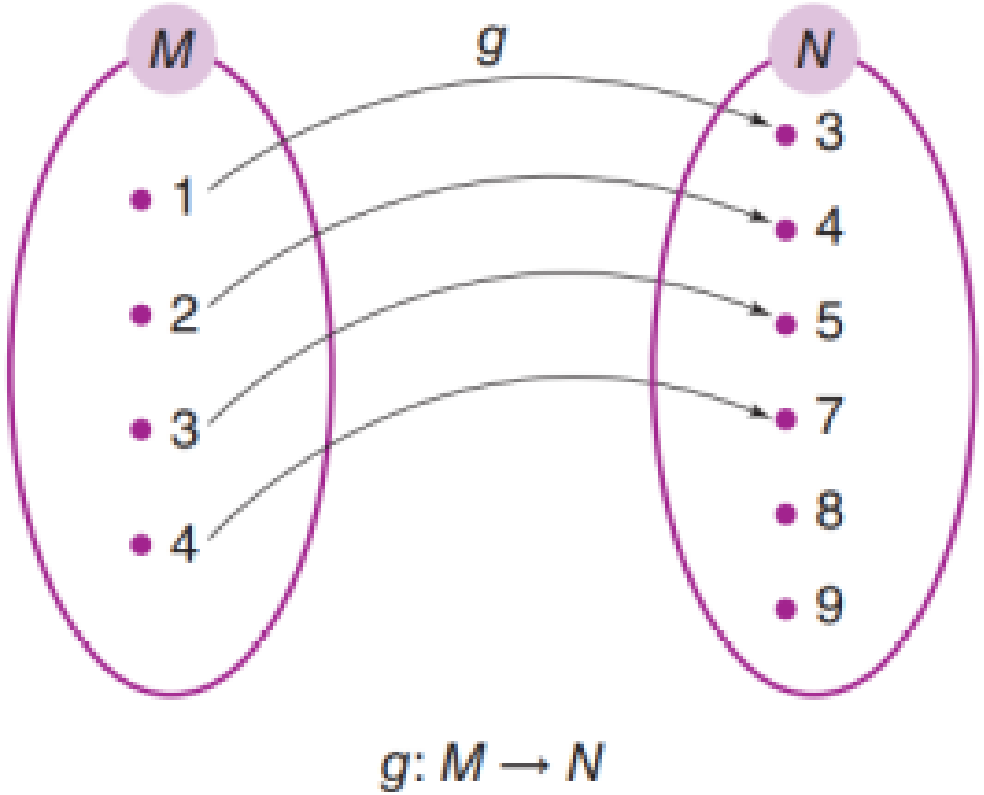
D(f) = A = {1, 2, 3, 5}
CD(f) = B = {-2, -1, 0, 8, 9}
Im(f) = {-2, 1, 0}

Funções

Exemplos

a) A relação g é uma função de M em N, pois qualquer elemento de M tem, através de g, um único correspondente em N.

D(g) = M = {1, 2, 3, 4}
CD(g) = N = {3, 4, 5, 7, 8, 9}
Im(g) = {3, 4, 5, 7}

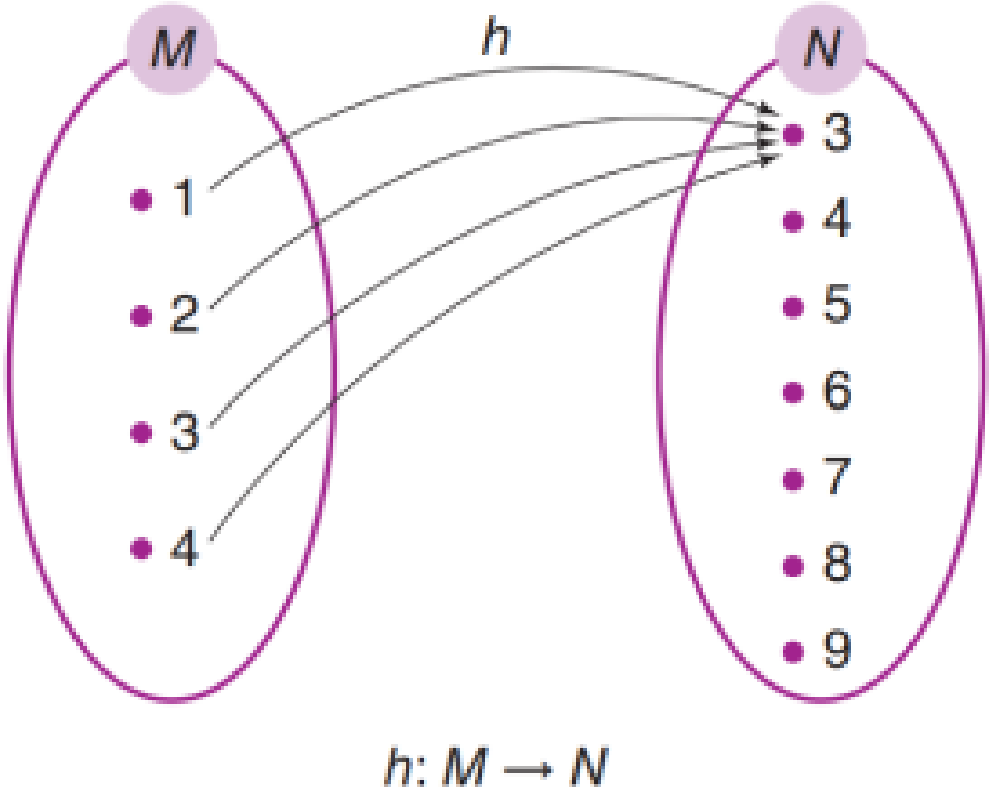


Funções

Exemplos

b) A relação h é uma função de M em N, pois qualquer elemento de M tem, através de h, um único correspondente em N.

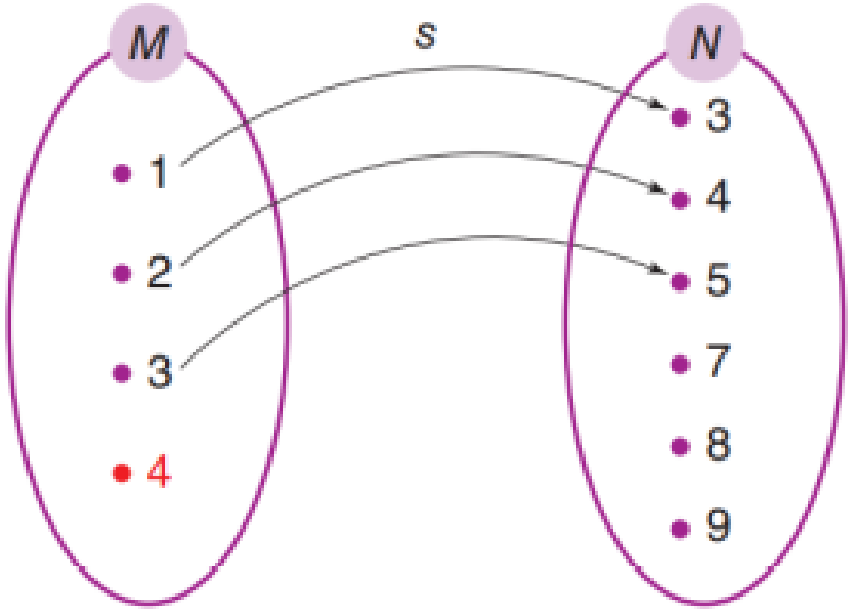
D(h) = M = {1, 2, 3, 4}
CD(h) = N = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
Im(h) = {3}



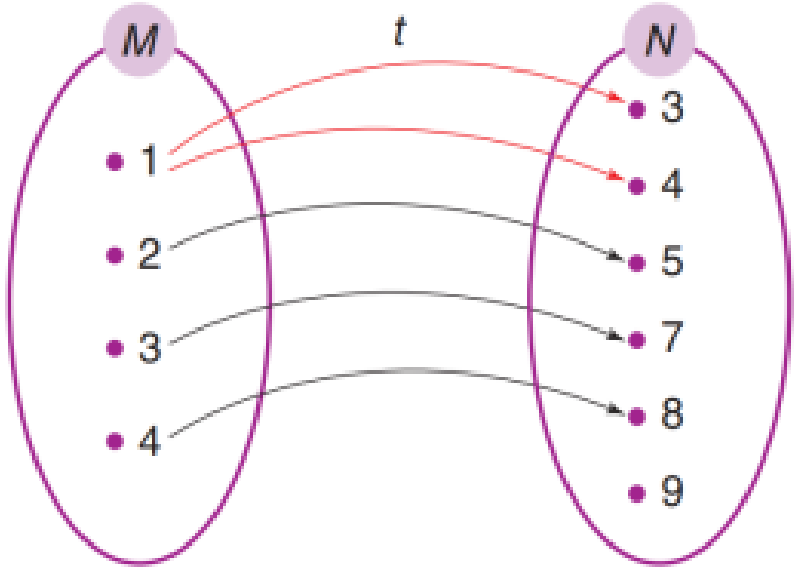
Funções

Exemplos

c) A relação s **não é** função de M em N, pois existe elemento em M (o elemento 4) que não está associado, através de s, a algum elemento de N.



d) A relação t **não é** função de M em N, pois existe elemento em M (o elemento 1) que está associado, através de t, a mais de um elemento de N.



Funções

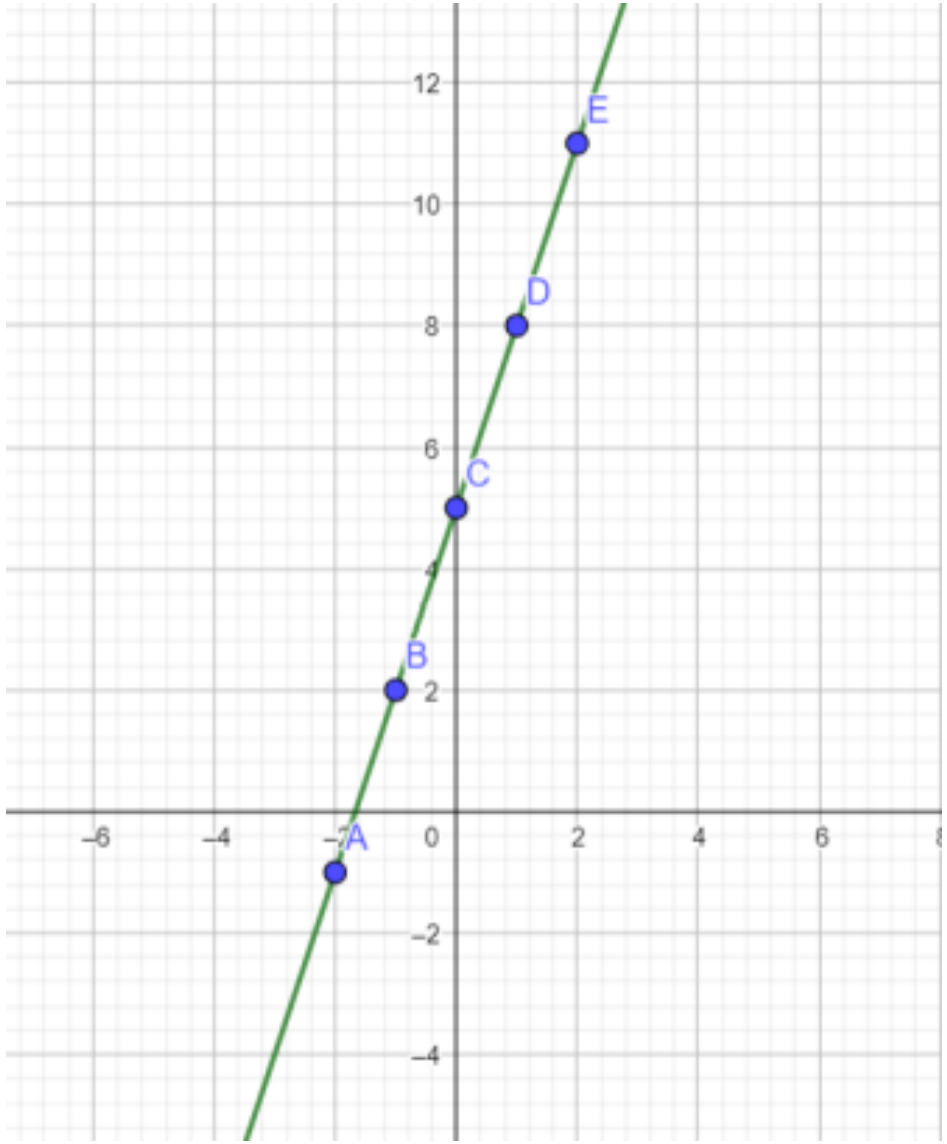
Funções Reais

Funções reais são aquelas em que o Domínio e Contradomínio são subconjuntos dos números reais.

Definidas por uma formula y = f(x)

Exemplo: f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por f(x) = 3x+5

x	y = f(x)
-2	-1
-1	2
0	5
1	8
2	11



Funções

Como desenhar os gráficos

- Montar uma tabela atribuindo valores a x e através da formula, calcular os correspondentes em y. Os pontos de maior interesse são aqueles em que o gráfico cruza os eixos (x = 0 e y = 0)

- Os valores de x quando y = f(x) = 0 são os zeros da função (valor equivalente as raízes da equação!)

Funções

Condições de Existência

São restrições para os valores numéricos!

Conhecemos duas delas (que são as mais frequentes):

1. Em frações, o denominador não pode ser nulo, pois **não existe divisão por zero** na Matemática.
2. Em raízes de índice par, o radicando não pode ser negativo, pois **não existem raízes de índice par para números negativos**.

Funções

Exemplos

Determinar o domínio das funções:

a) $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

$$x - 1 \neq 0$$
$$x \neq 1$$

D(f) = {x ∈ ℝ | x ≠ 1} ou ℝ - {1}

b) $f(x) = \sqrt{4x - 6}$

$$4x - 6 \geq 0$$
$$4x \geq 6$$
$$x \geq \frac{6}{4}$$
$$x \geq \frac{3}{2}$$

D(f) = {x ∈ ℝ | x ≥ 3/2} ou [3/2, + ∞ [

Funções

Exemplos

c) $f(x) = \sqrt[3]{3x-9}$

não existem restrições da condição de existência, porque a raiz tem índice ímpar

D(f) = $\mathbb{R}$

d) $f(x) = \frac{3}{x-8} + \sqrt{x-5}$

Duas C.E. : denominador e radicando

$$x - 8 \neq 0$$
$$x \neq 8$$

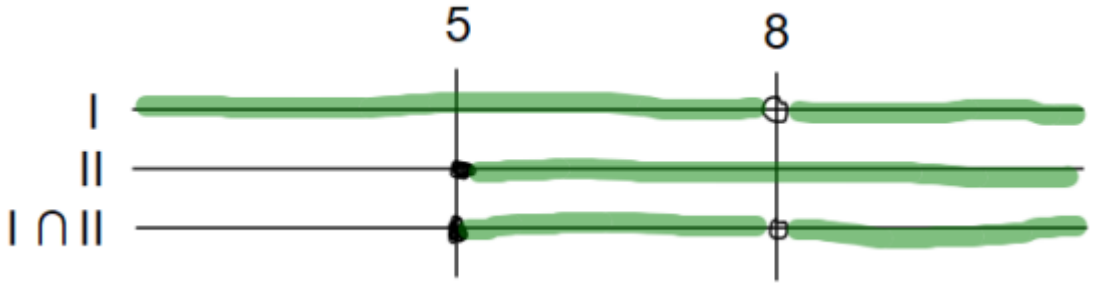
$$x - 5 \geq 0$$
$$x \geq 5$$

Vamos fazer a intersecção entre os intervalos.

Funções

Exemplos

d) (continuação)



D(f) = {x ∈ ℝ | x ≥ 5 e x ≠ 8} ou
{x ∈ ℝ | 5 ≤ x < 8 ou x > 8} ou
[5, 8[∪]8, + ∞[

e) $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+1}}$

Três C.E. : 1 denominador e 2 radicandos

$$2 - x \geq 0$$
$$2 \geq x$$
$$x \leq 2$$

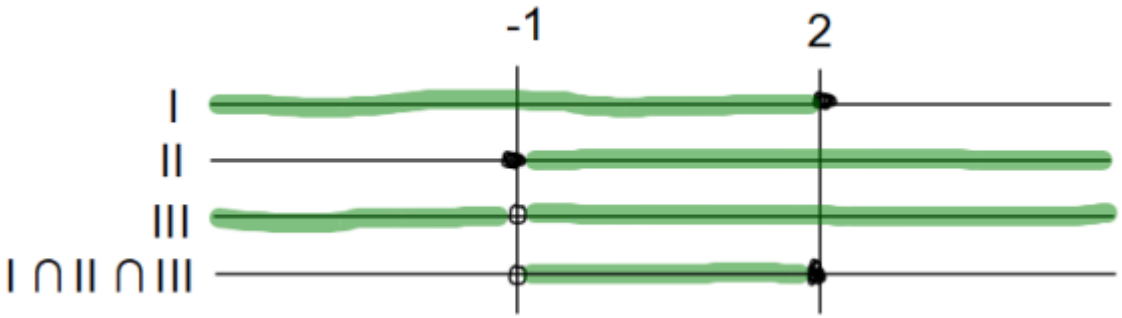
$$x + 1 \geq 0$$
$$x \geq -1$$

$$x + 1 \neq 0$$
$$x \neq -1$$

Funções

Exemplos

e) (continuação)



D(f) = {x ∈ ℝ | –1 < x ≤ 2} ou] –1, 2]

f) Encontre o domínio e o(s) zero(s) da função $f(x) = \frac{2x+8}{x-1}$

Uma C.E. : 1 denominador

$$x - 1 \neq 0$$

$$x \neq 1$$

D(f) = {x ∈ ℝ | x ≠ 1} ou ℝ - {1}

Funções

Exemplos

f) (continuação)

Para f(x) = 0, o numerador deve ser zero:

$$2x + 8 = 0$$

$$2x = -8$$

$$x = -\frac{8}{2} = -4$$

P (-4,0)

g) Construa o gráfico da função f (x) = x².

Zero da função:

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

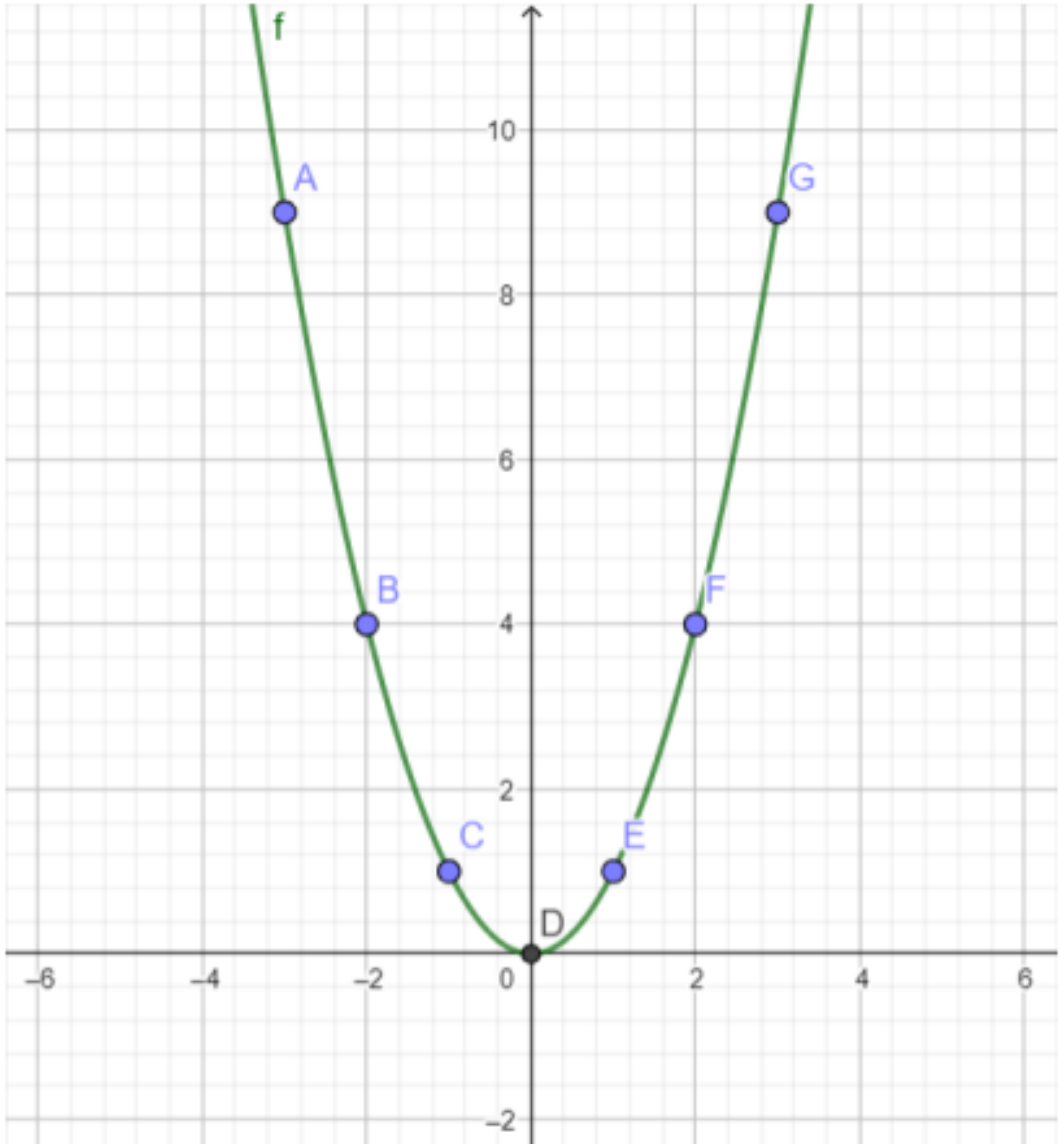
x	y = f(x) = x²
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4
3	9

Funções

Exemplos

g) (continuação)

Colocando os pontos no plano cartesiano, podemos notar que o gráfico é de uma parábola, assim como sugere a equação de segundo grau, característico desse tipo de figura.



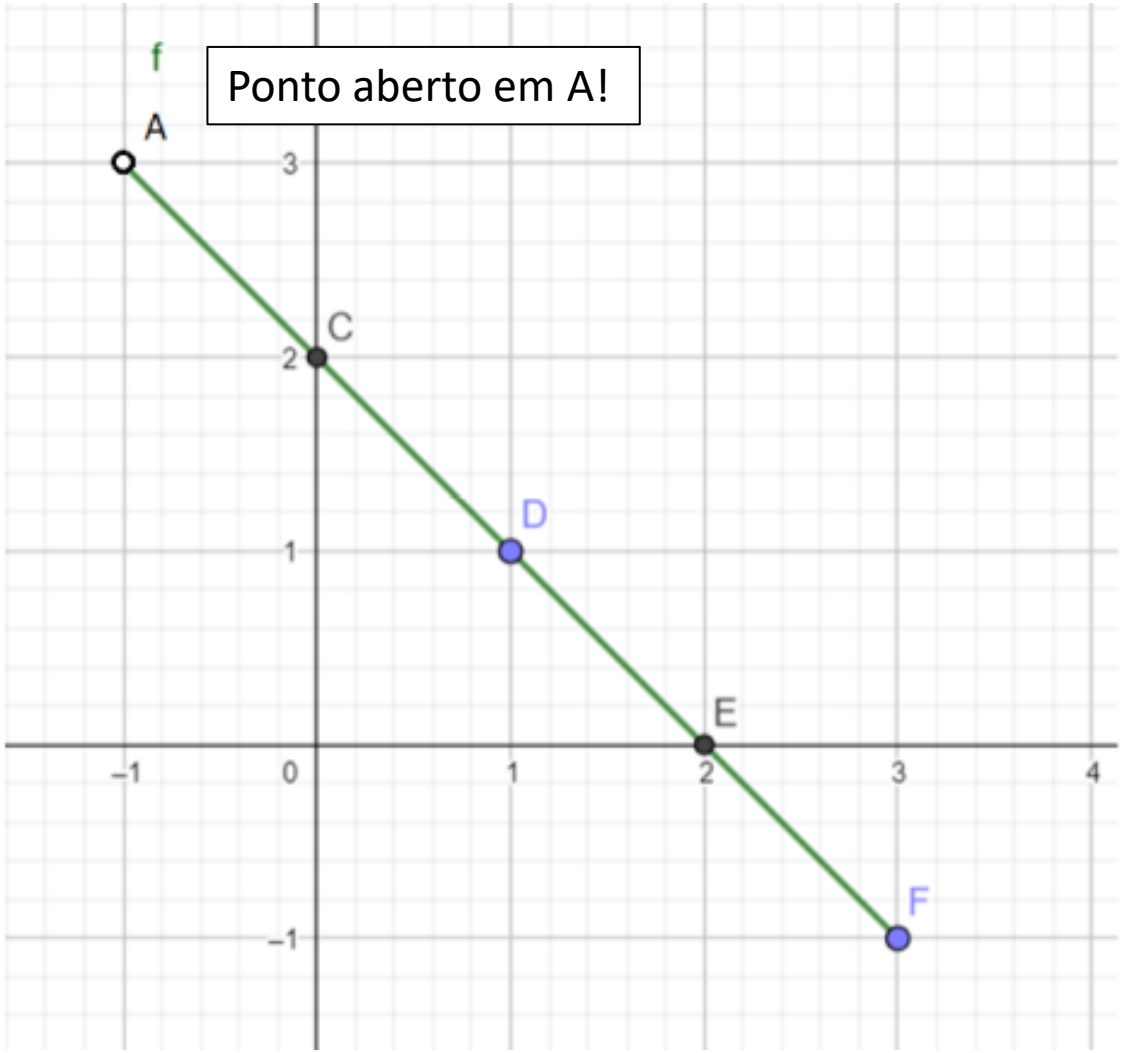
Funções

Exemplos

h) Construa o gráfico da função f:] − 1, 3] → $\mathbb{R}$ definida por f (x) = −x + 2.

Como o domínio é D(f) =] − 1, 3]:

x	y = f(x) = -x + 2
-1	3
0	2
1	1
2	0
3	-1



Funções

Crescente, Decrescente e Constante

Crescente: para quaisquer dois valores de x no intervalo, uma variação positiva em x resulta em uma variação positiva em f(x):

$$x1 < x2 \Rightarrow f(x1) < f(x2)$$

Decrescente: para quaisquer dois valores de x no intervalo, uma variação positiva em x resulta em uma variação negativa em f(x)

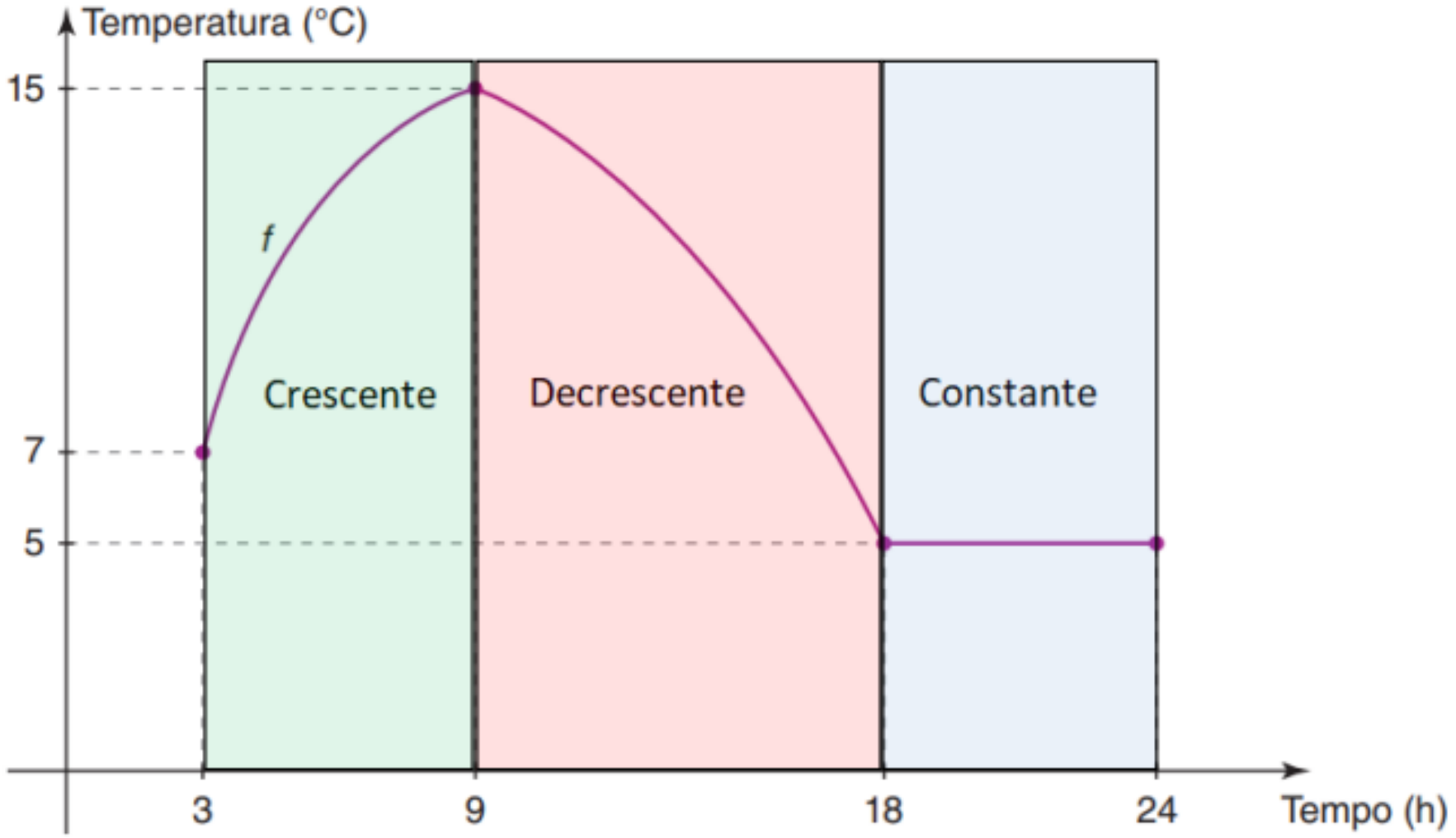
$$x1 < x2 \Rightarrow f(x1) > f(x2)$$

Constante: para quaisquer dois valores de x no intervalo, uma variação positiva em x resulta em uma variação nula em f(x)

$$x1 < x2 \Rightarrow f(x1) = f(x2)$$

Funções

Exemplo



Funções

Exercício

São funções?

SIM

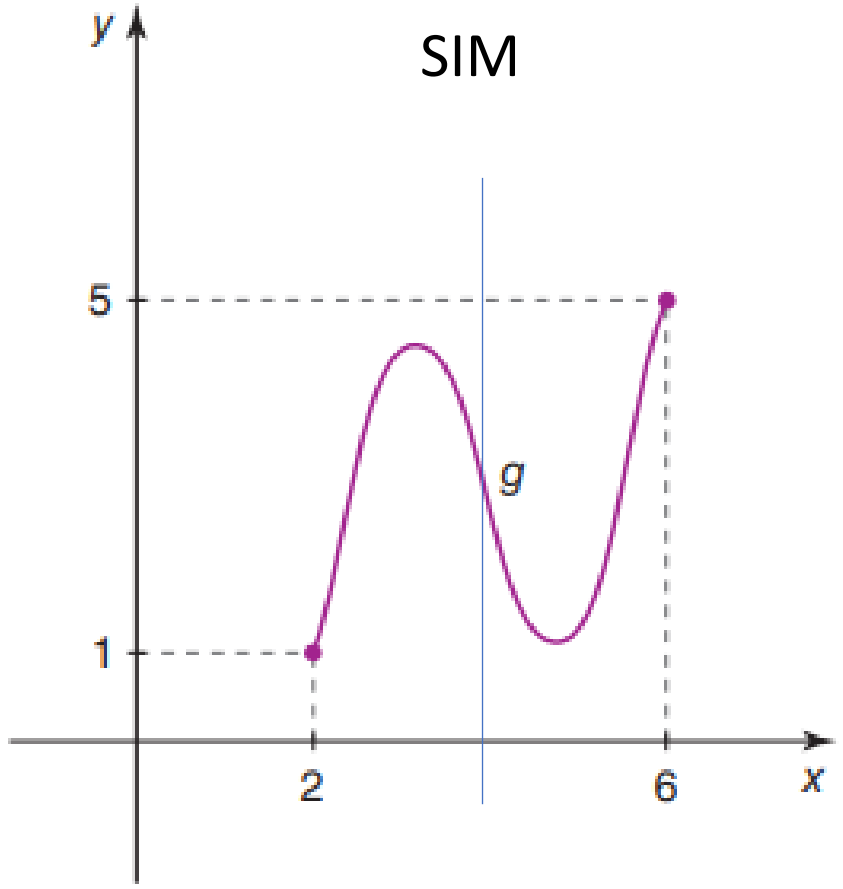


Figura 1

NÃO

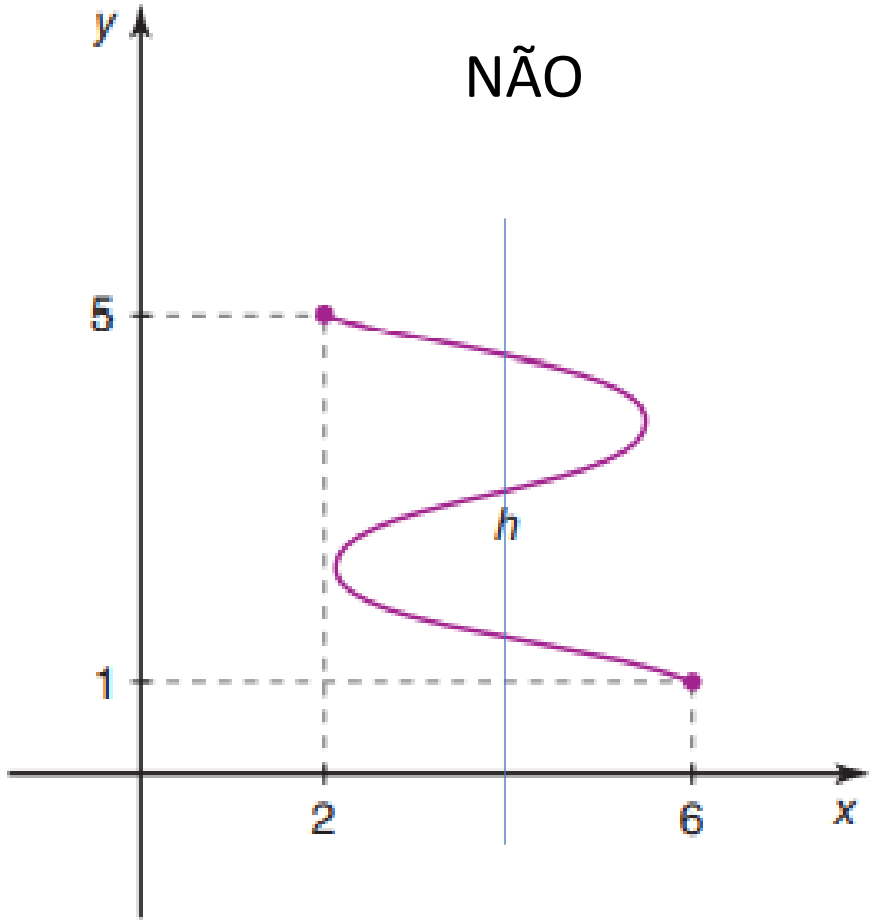


Figura 2